2 点吊り振子の 3 つの線形振動 mode の実験と解析

望月 孔二[*1] 鈴木 秀[*2] 舟田 敏雄[*2] 岩本 大[*2] 宮内 太積[*3]
大庭 勝久[*2] 川上 誠[*2] 中道 義之[*4]

Experiment and Linear Dynamic Analysis of Three Oscillation Modes of Bifilar Suspension Pendulum

Kouji MOCHIZUKI[*1] Shu SUZUKI[*2] Toshio FUNADA[*2] Dai IWAMOTO[*2] Tatsumi MIYAUCHI[*3]
Katsuhisa OHBA[*2] Makoto KAWAKAMI[*2]and Yoshiyuki NAKAMICHI[*4]

Abstract: A bifilar suspension pendulum, a uniform density bar suspended at its two ends by two strings of same length, may swing in a vertical plane or rotate about a vertical axis. The period and pattern of swinging depend upon the ratios of the bar length and of the distance of the supporting points to the distance between two end points of the strings attached to an upper wall. The swinging in a co-plane of the strings and the bar is called Mode 1, and the swinging in a vertical plane perpendicular to the bar is Mode 2. Mode 3 is the torsional oscillation about a vertical axis. In view of these modes of bifilar suspension pendulum, we propose here an education device to measure two swinging modes and one torsional mode. As its feasibility study, the oscillation experiments are made to compare the theoretical period. The results are evaluated well and then further improvements are suggested.

Keywords: Bifilar Suspension Pendulum, Two Swinging Modes and One Torsional Mode

1　はじめに

2 点吊り振子の力学問題[1]–[3] では，2 本の糸で一様な密度の棒 (遊動円木) の端を吊り下げている静止平衡状態について，座標値を用いて束縛条件が記述され，それを平面極座標による角度の非線形関数方程式として，数値解法により解いた．この静止平衡状態周りの振子運動は，糸と円木の成す鉛直面内で揺れる “mode 1 (遊動円木 mode)” とそれに垂直な鉛直面内で揺れる “mode 2 (ブランコ mode)” がある．鉛直軸回りの円木の捩れ振動は，“mode 3 (捩れ振動 mode)” に分類され，その静止平衡状態の角度の関数方程式も数値解法で解かれた．

先行研究[1]–[3] の mode 1 の線形自由振動の結果を踏まえ，先の報告[4]–[12] では mode 1, 3 について線形/非線形振動を解析的数値的に調べて来た． 本報告では，より詳細に検討を行い，実験値との比較結果を述べる．2 節では，2 点吊り振子の静止平衡状態周りの揺動について，実験装置の特性を述べる．3-5 節では，実験条件を考慮して，先の解析で得られた各振動 mode の線形固有角振動数を示し，理論角振動数と角振動数の実験値を比較して，振動特性を検討する．6 節では，別の実験装置を用いて計測した結果から，振動特性を比較・検討する．

[*1] 電気電子工学科: Department of Electrical & Electronics Engineering.
[*2] 電子制御工学科: Department of Digital Engineering.
[*3] 機械工学科: Department of Mechanical Engineering.
[*4] 総合情報センター: Information Technology Center.

2　2 点吊り振子の実験措置

水平面上の 2 点 C_1, C_2 (距離 $2c$) に長さ L_1, L_2 の糸の端を繋ぎ，他端を長さ $2a$ の円木の端点 A, B に繋いで，円木を吊り下げると，重力の作用で円木を鉛直面 C_1, A, B, C_2 内で揺動させることができる．これを 2 点吊り振子 (“mode 1” の振動) と呼ぶ．**Fig.1** には $c > a$ で $L_2 = L_1$ の配置の一様密度の円木の振子 (対称 2 点吊り振子) の静止平衡状態が示されており，破線のように運動するとき糸の振れと円木の振れ (傾き) が逆位相となり，円木は並進・回転運動する．一方，$c < a$ の場合では糸と円木の振れが同位相となる．ほかに，並進振子 ($c = a$) の場合には，振子が揺れても円木は水平に保たれ，円木は並進運動する．$c = 0$ では物理振子となり，$a = 0$ では円木を質点と見做せて “V 字型振子” となる．

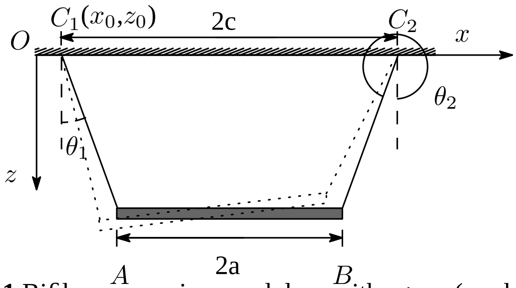

Fig.1 Bifilar suspension pendulum with $c > a$ (mode 1).

実験装置 (1) の写真は **Fig.2** に装置の仕様は **Table 1** に示され，1 m の金属棒が遊動円木であり，PSD (Position Sensitive Detector) と data logger が見える．実験装置 (2)

の写真は **Fig.3** に装置の仕様は **Table 2** に示される．

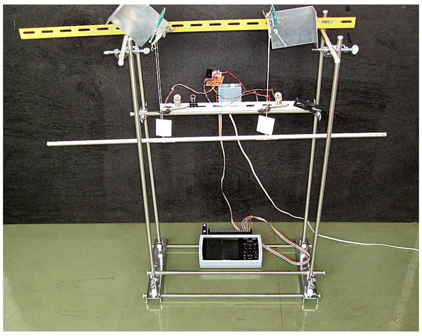

Fig.2 Experimental apparatus (1) for the bifilar suspension pendulum with a bar of length $2b = 1$ m.

Table 1 Specification of the apparatus (**Fig.2**), a bar of length $2b$ suspended by two ropes of length L at two points which are distant by a from the center.

a [m]	0.15	b [m]	0.5	L [m]	0.3
c [m]	0.025, 0.075, 0.15, 0.225, 0.30, 0.375				

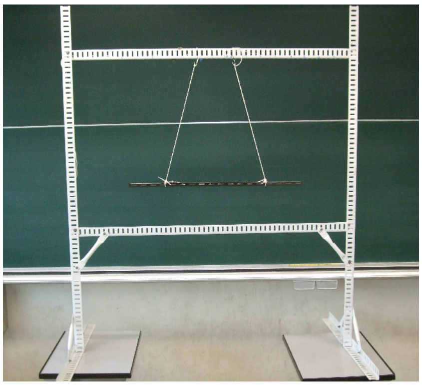

Fig.3 Experimental apparatus (2) for the bifilar suspension pendulum with a bar of length $2b = 0.899$ m in $a > c$.

Table 2 Specification of the apparatus (**Fig.3**), a bar of length $2b$ suspended by two ropes of length L at two points which are distant by a from the center.

a [m]	0.26	b [m]	0.4495
c [m]	0.0875, 0.1625, 0.2375, 0.3125, 0.3875, 0.4625, 0.5375		
L [m]	0.443, 0.542, 0.648		

Fig.1 の振子の配置を表すために，デカルト座標系 (x, y, z) の原点を O に取り，右向き水平に x 軸，鉛直下方に z 軸を取る．糸に束縛されて，円木は一般には 3 次元運動するが，ここでは $y = 0$ の鉛直面内で 2 次元運動すると仮定する．左側支持点 C_1 の位置を (x_0, z_0) と表し，静止壁面の場合には一定値とし，壁面の時間変位を考慮するときには (x_0, z_0) を時間の既知関数とする． 右側支持点 C_2 の位置は $(x_0 + 2c, z_0)$ と表わされる． 鉛直面 C_1, A, B, C_2 内に取った平面極座標系 (r, θ) を用い，左側支持点 C_1 を通る鉛直軸と糸が成す角度を θ_1 とし，右側支持点 C_2 を通る鉛直軸と糸が成す角度を θ_2 と表すと，円木の各端点の座標は次式で表される:

$$\begin{cases} \text{左側端点 } A : (x_A,\ z_A) \\ \qquad = (x_0 + L_1 \sin(\theta_1),\ z_0 + L_1 \cos(\theta_1)), \\ \text{右側端点 } B : (x_B,\ z_B) \\ \qquad = (x_0 + 2c + L_2 \sin(\theta_2),\ z_0 + L_2 \cos(\theta_2)) \end{cases} \tag{2.1}$$

ここで，円木が一様な線密度 ρ を持つとすると，円木の質量は $m_1 = 2a\rho$ であり，重心の位置 (x_G, z_G) は，円木の中央になるから，次のように表される:

$$x_G = (x_A + x_B)/2, \quad z_G = (z_A + z_B)/2 \tag{2.2}$$

円木の並進運動は (x_G, z_G) を用いて記述され，円木の重心回りの鉛直面内の回転 (y 軸回りの回転) は角度 φ で記述される．水平面を基準として測った円木の傾き角度 φ は，次式で定義される:

$$\begin{aligned} \tan(\varphi) &= -\frac{z_B - z_A}{x_B - x_A} \\ &= -\frac{L_2 \cos(\theta_2) - L_1 \cos(\theta_1)}{2c + L_2 \sin(\theta_2) - L_1 \sin(\theta_1)} \end{aligned} \tag{2.3}$$

これらを用いて，円木の端点間の距離 (円木の長さ) の自乗 $(2a)^2$ が求められる:

$$(2a)^2 = (x_B - x_A)^2 + (z_B - z_A)^2 \tag{2.4}$$

(2.4) 式を考慮して，等高線処理による作図のために，関数 $F(\theta_1, \theta_2)$ を次式で定義する:

$$\begin{aligned} F(\theta_1, \theta_2) &\equiv (x_B - x_A)^2 + (z_B - z_A)^2 - (2a)^2 \\ &= (2c + L_2 \sin(\theta_2) - L_1 \sin(\theta_1))^2 \\ &\quad + (L_2 \cos(\theta_2) - L_1 \cos(\theta_1))^2 - (2a)^2 \end{aligned} \tag{2.5}$$

即ち，$F(\theta_1, \theta_2) = 0$ が (2.4) 式であり，角度 θ_1 $(-\pi/2 \leq \theta_1 \leq \pi/2)$ と θ_2 $(3\pi/2 \leq \theta_2 \leq 5\pi/2)$ の間の関係を与える超越方程式であり，解は解析的に求められる．

糸の長さが等しい場合 $(L_1 = L_2)$ には，対称 2 点吊り振子 (振子が静止平衡状態において，糸の張力と円木の自重の釣合並びに力の moment の釣合により，鉛直軸に対して左右対称に配置されることを意味する) である．

3　対称 2 点吊り振子の線形化運動 (遊動円木 mode)

質量 m_1, 慣性 moment $J = m_1 b^2/3$ の円木の重心の座標値の表現は x 座標は θ_{11} の 1 次の項まで，z 座標は 2 次の項まで取り，円木の静止平衡位置の幾何学的因子 θ_{222} を含み，次のようになる:

$$\begin{cases} x_G = x_0 + a\beta + h\theta_{11}, \\ z_G = z_0 + h - \dfrac{1}{2}(h - a\theta_{222}\beta_1)\theta_{11}^2 \end{cases} \tag{3.1}$$

円木の線形化運動を記述する Lagrange 関数 $\mathcal{L}_{11}$ は次のように表される:

$$\mathcal{L}_{11} = \frac{m_1}{2}\dot{x}_G^2 + \frac{J}{2}\dot{\varphi}^2 + m_1 g z_G \tag{3.2}$$

この重心の座標 (x_G, z_G) に (3.1) を代入し，φ は θ_{11}, $\theta_{21} \equiv \theta_{21}(\theta_{11})$ で表されるので θ_{11} の 1 次の項まで取って回転運動の energy を表し，静止平衡解周りの攪乱 θ_{11}, $\theta_{21}(\theta_{11}), \varphi_2$ に対する Lagrange 関数が導かれる:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{11} = &\frac{m_1}{2}h^2\dot{\theta}_{11}^2 + \frac{J}{2}\beta_1^2\dot{\theta}_{11}^2 + m_1 g(h+z_0)\\ &+ \frac{1}{2}m_1 g\,(a\theta_{222}\beta_1 - h)\,\theta_{11}^2\end{aligned} \tag{3.3}$$

これにより，Lagrange の運動方程式が導かれる:

$$\left(m_1 h^2 + J\beta_1^2\right)\ddot{\theta}_{11} = -m_1 g(h - a\theta_{222}\beta_1)\theta_{11} \tag{3.4}$$

静止壁面の場合，円木は自由振動し，その複素固有角振動数 ω は次式で与えられる:

$$\omega^2 = \frac{m_1 g(h - a\theta_{222}\beta_1)}{m_1 h^2 + J\beta_1^2} \tag{3.5}$$

この $\omega^2 \geq 0$ では，h, θ_{222} が β の関数である

実験装置 (1) では $b = 0.5$, $m = 0.0835$，L 材は長さ 0.15 m で 2 本の質量は 0.113 + 0.1135 kg，総質量 $M = 0.0835 + 0.113 + 0.1135$ である．糸の長さは $L = 0.3$ で，$a = 0.15$ に固定し，実験では c を変化させる．実験結果は，**Table 3** に示され，**Fig.4** に図示される．図中の red の曲線は「錘の L 材なし」，blue は「錘の L 材は棒の中央」，magenta は「錘の L 材は糸の取り付け位置の外側」，brown は「錘の L 材は棒の端」である．いずれの実験値も線形理論曲線に近い．

Table 3 Frequency for mode 1.

$2c$ m	無し	中央	サイド直近	サイド 0.2 m
0.05	0.73171	0.875	0.77778	0.63158
0.15	0.86022	0.88889	0.85366	0.77778
0.3	0.90909	0.90909	0.90909	0.90909
0.45	0.88889	0.94737	0.89888	0.81395
0.6	0.89888	1.11111	0.94118	0.71429
0.75	0.98901	1.49254	1.08696	0.74074

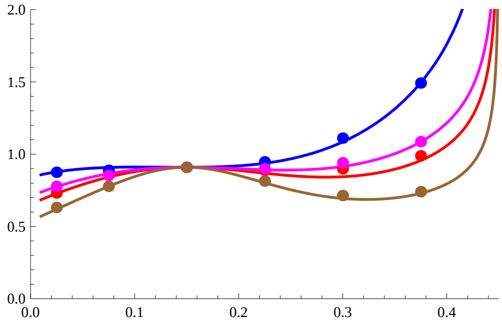

Fig.4 Frequency f Hz versus c m for mode 1.

4　ブランコ mode

ブランコ mode の場合，静止平衡状態の幾何学的関係式は次式である:

$$\sin(\alpha) = \frac{c-a}{L}, \quad H = L\cos(\alpha) \tag{4.1}$$

この場合，振子の長さ H の単振子と同様であるから，y-z 面内の鉛直軸からの傾き角度 $\theta_s \equiv \theta_s(t)$ について，ブランコ mode の運動方程式は次式となる:

$$mH^2\ddot{\theta}_s = -mHg\sin(\theta_s) \tag{4.2}$$

これの線形化運動方程式は次式である:

$$mH^2\ddot{\theta}_s = -mHg\theta_s \tag{4.3}$$

これの解は調和振動を表し，その固有角振動数 ω_n は次式で与えられる:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{H}} = \sqrt{\frac{g}{L\cos(\alpha)}} \tag{4.4}$$

実験 ($L = 0.3$ m, a =0.15 m, **Table 4**) で測定された振動数と線形理論の (4.4) 式による振動数は **Fig.5** に示され，おおむね一致している．

Table 4 Frequency for mode 2.

$2c$ m	無し	中央	サイド直近	サイド 0.2 m
0.05	0.93923	0.94595	0.94203	0.9396
0.15	0.91603	0.91743	0.90909	0.9127
0.3	0.91743	0.90909	0.89286	0.93458
0.45	0.92199	0.90909	0.90909	0.90909
0.6	0.96774	0.95652	0.95652	0.9589
0.75	1.09244	1.08108	1.08108	1.07143

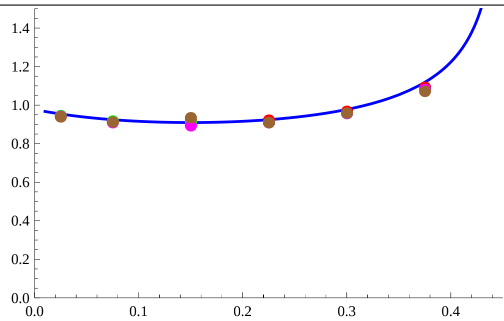

Fig.5 Frequency f Hz versus c m for mode 2.

5　2 点吊り振子の鉛直軸まわりの捩れ振動 mode

水平面上の O' 点と C 点 (距離 $2c$) に長さ L_1 と L_2 の糸の端を繋ぎ，他端を長さ $2a$ の棒の端点 A, B に繋いで，棒を鉛直面内で吊り下げ，鉛直軸回りに棒を捩れ振動させることができる (**Fig.6**)．O', A, B, C 点の位置を表すために，デカルト座標系 (x, y, z) の原点を O に取り，右向きに x 軸，鉛直下方に z 軸を取る．この鉛直面内に平面極座標系 (r, θ) を取り，O' 点を通る鉛直軸と糸 $O'A$ が

成す角度を θ_1 とし，C 点を通る鉛直軸と糸 CB が成す角度を θ_2 と表すと，静止平衡状態で，各点の座標は次式で表される:

$$\begin{cases} O:(0,0)\,,\ O':(x_0,z_0)=(0,0)\,,\ C:(2c,0)\,, \\ A:(x_A,z_A)=(L_1\sin(\theta_1),L_1\cos(\theta_1))\,, \\ B:(x_B,z_B)=(2c+L_2\sin(\theta_2),L_2\cos(\theta_2)) \end{cases} \tag{5.1}$$

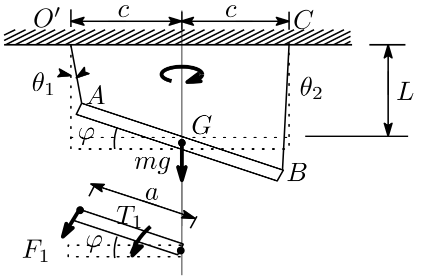

Fig.6 Torsional vibration of bifilar suspension pendulum, Mode 3 oscillation.

この系の静止平衡状態は，糸の長さが等しく棒の配置が左右対称で $L_1=L_2=L, \theta_1=\alpha, \theta_2=2\pi-\alpha$ (即ち，棒が水平で $z_A=z_B$) の場合で，次の幾何学的な関係式が成り立つ:

$$\begin{cases} L_1\cos(\theta_1)=L_2\cos(\theta_2)=L\cos(\alpha)=h, \\ L_1\sin(\theta_1)=-L_2\sin(\theta_2)=c-a, \end{cases} \tag{5.2}$$

$$a=c-L\sin(\alpha) \tag{5.3}$$

これにより，系の静止平衡状態は $\beta\equiv c/a$ で特徴付けられる．さらに，この系の静止平衡状態は，糸の張力と棒の重力による力の釣り合いで与えられる．棒が一様な線密度分布 ρ を持つとすると，棒の質量は $m=2a\rho$ であり，重心 G の位置 (x_G,y_G,z_G) は，棒の中央になるから，次のように表される:

$$\begin{cases} x_G=(x_A+x_B)/2,\ \ y_G=0, \\ z_G=(z_A+z_B)/2 \end{cases} \tag{5.4}$$

これらは θ_1,θ_2 の関数で，$L_1=L_2=L$ のとき棒の配置は重心回りに回転対称であり，$\theta_1=2\pi-\theta_2=\theta$ を得る．

この平衡状態から棒が捩れ振動する．鉛直面内の平面極座標系と共に，重心を含む水平面内に取った平面極座標系 (r,φ) (重心を通る鉛直軸を中心軸とする円柱座標 (r,φ,z)) を用いる．この場合は棒の重心の並進運動は，水平面内には生じず，高さ方向 (z 方向) に $z_G=L\cos(\theta)$ と表され，重心の位置 (x_G,y_G,z_G) は次式で表される:

$$(x_G,\ y_G,\ z_G)=(c,\ 0,\ L\cos(\theta)) \tag{5.5}$$

棒の重心を通る鉛直軸回りの回転運動 (捩れ運動) は，角度 φ で記述される．重心回りの棒の慣性 moment J は $J=2\rho a^3/3=ma^2/3$ と求められ，回転の運動 energy は $J\dot{\varphi}^2/2$ となる．ここで，重心回りに捩れた棒を上から観ると (**Fig.6**)，線分 $O'A, AG, GO'$ が成す三角形に対する余弦定理が次式で表され，θ は φ の関数で表される:

$$L\sin(\theta)=\sqrt{c^2+a^2-2ca\cos(\varphi)} \tag{5.6}$$

これは，θ $(0\le\theta\le\pi/2)$ と φ $(-\pi/2\le\varphi\le\pi/2)$ の間の関係式を与える．$-\pi/2\le\theta\le 0$ の場合，根号の前に負号を付ける．(5.6), (5.5) 式を考慮して，重心回りの棒の捩れ運動を記述する Lagrange 関数 $\mathcal{L}$ は，運動 energy K，重力 potential energy U を用いて，通常の線形理論では上下の並進運動を無視し，次のように表される:

$$\begin{cases} \mathcal{L}_1=K_1-U,\ \ E_1=K_1+U,\ \ K_1=\dfrac{J}{2}\dot{\varphi}^2, \\ U=-mgz_G=-mgL\cos(\theta) \\ =-mg\sqrt{L^2-(c^2+a^2-2ca\cos(\varphi))} \end{cases} \tag{5.7}$$

ここで，potential energy U を静止平衡状態の回りで展開して 2 次まで取ると，線形理論の運動方程式が導かれる:

$$J\ddot{\varphi}=-\frac{mgca}{L\cos(\alpha)}\varphi\ \ \rightarrow\ \ \ddot{\varphi}=-\frac{3gc}{aL\cos(\alpha)}\varphi \tag{5.8}$$

(5.8) 式より，線形振動の固有角振動数 ω_0 は次式で与えられる:

$$\omega_0=\sqrt{\frac{mgca}{JL\cos(\alpha)}} \tag{5.9}$$

実験 ($L=0.3$ m, a =0.15 m, **Table 5**) で測定された振動数と線形理論の (5.9) 式による振動数は **Fig.7** に示され，両者の一致が見られる．

Table 5 Frequency for mode 3.

$2c$ m	無し	中央	サイド直近	サイド 0.2 m
0.05	0.21858	0.39007	0.2454	0.15625
0.15	0.35461	0.64356	0.40214	0.25424
0.3	0.4969	0.8962	0.55233	0.35040
0.45	0.60914	1.1111	0.6875	0.44118
0.6	0.74468	1.3548	0.84577	0.53476
0.75	0.95588	1.72222	1.07317	0.67961

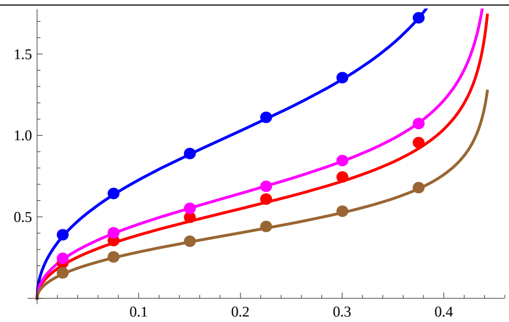

Fig.7 Frequency f Hz versus c m for mode 3.

6　実験装置 (2) を用いた実験

実験装置 (2) での実験手順および注意点を述べる．

手順

1. 棒の長さ $2b$ を測る．

2. a の位置を決めて固定し，棒の中心から紐までの長さ a を測る．
3. 紐の長さ L を決め，フック側で調節する．
4. c を決めてフックで実際に吊るし，L の長さを再び確認して棒を水平にする．
5. 各 mode を測る．
6. c を変えて，4, 5 を繰り返す．

注意点

◇ 紐の結び方を考える必要がある（L 材を棒としたので，棒の重心に注意する）．結び方が緩いと実験中に紐の長さ L が変わってしまう．

◇ c を変化させるためにフックの位置を変え，L を再びチェックする．

◇ 紐の全長 L は，フックを掛けた位置から紐の結び目まで測る．

◇ 周期を測定する方法として，10 周期をストップウォッチで測定した．そのため，L が短いと周期が短くなるので，10 周期を正確に測定するのが困難になる．

◇ mode 2 の場合，c の位置を決めるフックが支持台に接触しないように注意する．

◇ 運動中，棒が柱などにぶつかっていないか注意する．

◇ 測定する mode に別の mode の振動が入らないように注意する．

◇ L を変えるためにフック側の紐の結び位置を変えた．

◇ 左右の L を等しくするために時間がかかった．(少しずれていた可能性もある)

◇ 準備を終えてからの所要時間．場所にもよるが，1 つの mode を 5 回測るとして，2 分かかるとする．それを 3 つの mode で測るので 6 分かかる．

◇ c をかえて何度か測る．今回は 7 回かえて測ったので 42 分くらいかかった．

今回の実験結果から，次のことが分かった．

◇ mode 1 で c が長いと周期が理論値より短くなる．

◇ mode 2 では全体的に周期が理論値より長くなる．

◇ mode 3 では c が短いと周期が理論値より短くなる．

実験装置 (2) ($a = 0.26$ m, $b = 0.4495$ m, $m = 0.6659$ kg) を用いたときの 3 つの mode の実験値と理論値の一例を **Table 6** に示す．T_{e1} は mode 1 の実験値，T_{e2} は mode 2 の実験値，T_{e3} は mode 3 の実験値，T_{01} は mode 1 の線形理論値，T_{02} は mode 2 の線形理論値，T_{03} は mode 3 の線形理論値を示している．実験で測定した周期と線形理論の周期は **Fig.8a-8c** に示され，ほぼ近い値である．また，それぞれの L を +0.03 とした場合を破線，−0.03 とした場合を点線で示した．実験値と比較すると，mode 2 では，L が長い場合の理論値に近く，mode 3 では，L が短い場合の理論値に近い．

Table 6 Period for $L = 0.648$ m.

c	T_{e1}	T_{e2}	T_{e3}	T_{01}	T_{02}	T_{03}
0.0875	1.637	1.617	2.594	1.6247	1.58626	2.72931
0.1625	1.618	1.631	1.992	1.61325	1.60645	2.02826
0.2375	1.614	1.644	1.671	1.61527	1.61519	1.68684
0.3125	1.595	1.641	1.435	1.61193	1.61302	1.46858
0.3875	1.540	1.624	1.288	1.58472	1.59981	1.30802
0.4625	1.469	1.604	1.155	1.51775	1.5747	1.17848
0.5375	1.352	1.566	1.049	1.40409	1.53588	1.06623

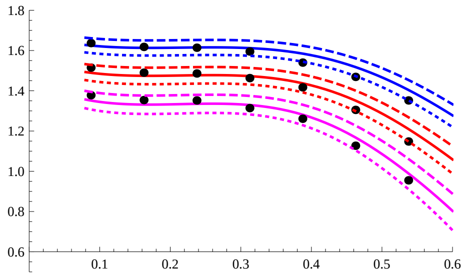

Fig.8a Period T versus c for mode 1. $L = 0.443$ (magenta), $L = 0.542$ (red), $L = 0.648$ (blue). Marks are (c, T_0) for the period T_0 by the linear theory and (c, T_e) for T_e of experimental data.

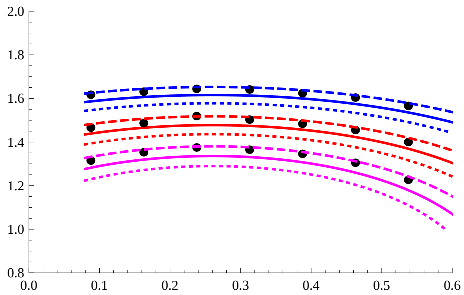

Fig.8b Period T versus c for mode 2. $L = 0.443$ (magenta), $L = 0.542$ (red), $L = 0.648$ (blue). Marks are assigned as in **Fig.8a**.

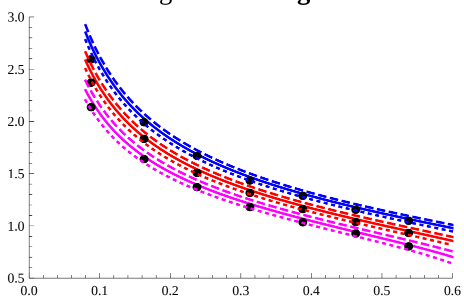

Fig.8c Period T versus c for mode 3. $L = 0.443$ (magenta), $L = 0.542$ (red), $L = 0.648$ (blue). Marks are assigned as in **Fig.8a**.

慣性モーメントの影響が大きい mode 3 で錘をつけて実験を行った．$a = 0.26$ m, $b = 0.4495$ m, $m = 0.6659$ kg, $m_1 = 0.2180$ kg，$m_2 = 0.2190$ kg である．錘を質点として考え，中央にする場合は $b_1 = 0$ に $m_1 + m_2$，両側の場合は $b_1 = 0.4115$ の場所に m_1，もう一方に m_2 を取り付

けた．**Table 7** には，c の長さ，(i) 錘なし実験値，(ii) 錘あり（両側）実験値，(iii) 錘あり（中央）実験値，(iv) 錘なし理論値，(v) 錘あり（両側）理論値，(vi) 錘あり（中央）理論値を示し，**Fig.9** に図示される．

Table 7 Period for $L = 0.648$ m.

c	T_e (i)	T_e (ii)	T_e (iii)	T_0 (iv)	T_0 (v)	T_0 (vi)
0.0875	2.594	3.399	2.135	2.72931	3.4523	2.12075
0.1625	1.992	2.582	1.612	2.02826	2.56555	1.57601
0.2375	1.671	2.154	1.350	1.68684	2.13368	1.31072
0.3125	1.435	1.870	1.159	1.46858	1.8576	1.14112
0.3875	1.288	1.668	1.039	1.30802	1.65451	1.01637
0.4625	1.155	1.499	0.935	1.17848	1.49067	0.91572
0.5375	1.049	1.348	0.845	1.06623	1.34868	0.82849

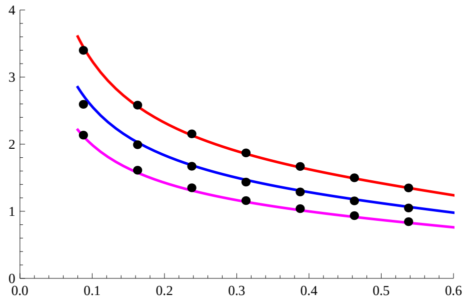

Fig.9 Period T versus c for mode 3. (i) no weight(blue), (ii) weights at center (magenta), (iii) weights at edges (red). Marks are (c, T_0) for the period T_0 by the linear theory and (c, T_e) for T_e of experimental data.

7　おわりに

本報告では，2 点吊り振子の 3 つの振動 mode の特徴を実験装置による実測値に基づいて述べ，それらの振子の線形理論と実験値との対応を調べ，両者がよく一致することを示した．本報告の実験結果の内で，例えば **Fig.8a-8c** に示されたように異なる mode が同一の周期を与えることがある．また，異なる mode が同時に出現することが実験で観測された．それらを解明するためには mode 間の相互作用 (連成振動) の解析を行う必要があり，本研究の将来課題であろう．

本研究遂行にあたり，本校の校長リーダーシップ経費による支援を受けたことをここに記して，柳下福蔵校長に厚くお礼申し上げます．

参考文献

[1] 川口 衛，立道 郁生: “21318 並進振子原理を用いた免震システムの開発: その 1 原理と免震床の実大実験” 学術講演梗概集. B-2, 構造 II, 振動, 原子力プラント 2000 (2000), pp.635-636(社団法人日本建築学会).

[2] 望月 孔二，舟田 敏雄，佐々木 隆吾，マズニ アル イルファン，内堀 晃彦，宮内 太積，川上 誠: “PSD による簡易計測システム試作のための振子運動の基礎解析 (3): 2 点吊り振子” 沼津高専研究報告第 43 号 (2009), pp.63-70.

[3] 望月 孔二，舟田 敏雄，佐々木 隆吾，マズニ アル イルファン，内堀 晃彦，宮内 太積，川上 誠: “PSD による簡易計測システム試作のための振子運動の基礎解析 (4): 2 点吊り振子の実験と解析” 沼津高専研究報告第 43 号 (2009), pp.71-78.

[4] 望月 孔二，宮内 太積，舟田 敏雄，佐々木 隆吾，マズニ アル イルファン，川船 雄一郎，川上 誠，中道 義之: “2 点吊り振子の基礎運動解析” 沼津高専研究報告 第 44 号 (2010), pp.49-54.

[5] 望月 孔二，宮内 太積，舟田 敏雄，佐々木 隆吾，マズニ アル イルファン，川船 雄一郎，川上 誠，中道 義之: “2 点吊り振子の線形運動解析” 沼津高専研究報告 第 44 号 (2010), pp.55-60.

[6] 望月 孔二，舟田 敏雄，岩本 大，清水 啓介，船津 佑介，中道 義之，大庭 勝久，宮内 太積，川上 誠: “PSD による簡易計測システム試作のための振子運動の基礎解析 (5): 2 点吊り振子の振れ振動” 沼津高専研究報告 第 44 号 (2010), pp.67-72.

[7] 大庭 勝久，舟田 敏雄，岩本 大，清水 啓介，中道 義之:“2 点吊り振子の捩り振動の基礎解析” 沼津高専研究報告 第 44 号 (2010), pp.83-88.

[8] 大庭 勝久, 舟田 敏雄, 岩本 大, 清水 啓介, 中道 義之: “2 点吊り振子の捩り振動の強制振動の数値解析” 沼津高専研究報告 第 44 号 (2010), pp.89-94.

[9] 大庭 勝久，舟田 敏雄，岩本 大，清水 啓介，中道 義之:“2 点吊り振子の捩り振動のパラメトリック励振の数値解析” 沼津高専研究報告 第 44 号 (2010), pp.95-100.

[10] 川上 誠，舟田 敏雄，マズニ アル イルファン，佐々木 隆吾，川船 雄一郎，中道 義之，宮内 太積，望月 孔二: “2 点吊り振子の非線形振動の基礎解析” 沼津高専研究報告 第 44 号 (2010), pp.161-166.

[11] 川上 誠，舟田 敏雄，岩本 大，清水 啓介，船津 佑介，中道 義之，大庭 勝久，望月 孔二，宮内 太積: “2 点吊り振子と物体の強制振動によるカオスの数値解析” 沼津高専研究報告 第 44 号 (2010), pp.179-184.

[12] 中道 義之，望月 孔二，後藤 怜，宮内 太積，田邊 翼，大庭 勝久，川上 誠，舟田 敏雄: “2 点吊り振子による振動学教材” 第 30 回高等専門学校情報処理教育研究発表会 8/28 4D-20 11:10-11:25，高等専門学校情報処理教育研究発表会論文集 第 30 号 pp.73-76.